2024年广东省深圳中学自主招生数学试卷（回忆版）

一、填空题。

1.（3分）$\frac{6\times30^{2024}+30^{2025}}{30^{2024}-10\times30^{2023}}=$____.

2.（3分）方程在$\frac{9}{x+\sqrt{32-x^2}}+\frac{9}{x-\sqrt{32-x^2}}=x$的正解为 ____.

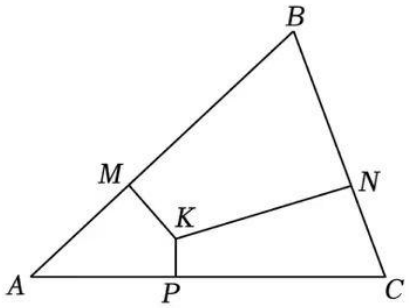
3.（3分）等腰△ABC的底边AC长为30，腰上的高为24，则△ABC的腰长为 ____.

4.（3分）已知实数m，n满足$20m^2+24m+1=0$，$n^2+24n+20=0$且$mn\neq1$，则$|\frac{60n}{1+mn}|=$____.

5.（3分）若x为全体实数，则函数$y=x^2-2|x|+3$与$y=2x^2-4x+3$的交点有 ____个.

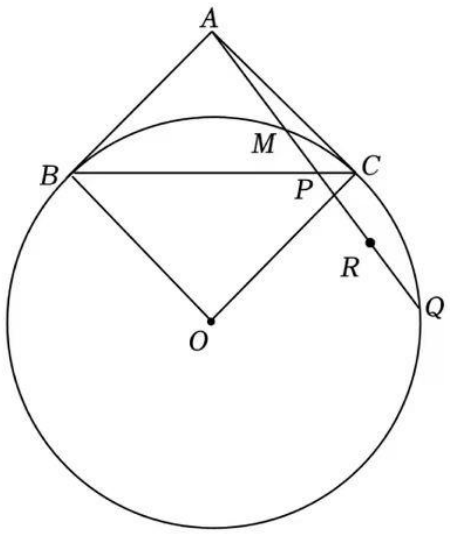
6.（3分）若$abc\neq0$，$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}=1$，则$\frac{a^2}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c^2}{a+b}=$____.

7.（3分）K为$\triangle ABC$内一点，过点K作三边的垂线KM，KN，KP，若$AM=3$，$BM=5$，$BN=4$，$CN=2$，$CP=4$，则$AP^2=$____.



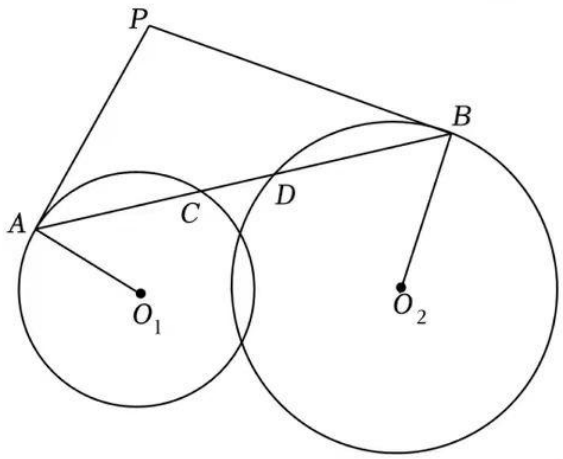
8.（3分）已知a，b，c，令a，b，c的最小值为$min\{a，b，c\}$，已知$f(x)=min\{4x+1，x+2，-2x+4\}$，若$f(x)$的最大值为$M$，则$6M=$____.

9.（3分）已知正方形$OBAC$，以OB为半径作圆，过A的直线交$\odot O$于M，Q，交BC与P，R为PQ中点，若$AP=18$，$PR=7$，则$BC=$____.



10.（3 分）若 a，b，c，d，e 为两两不同的整数，则 $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-d)^2+(d-e)^2+(e-f)^2$ 的最小值为 ____.

11.（3 分）PA，PB 分别为 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的切线，连接 AB 交 $\odot O_1$ 于 C 交 $\odot O_2$ 于 D，且 $AC=BD$，已知 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的半径分别为 20 和 24，则 $180(\frac{PA}{PB})^2=$ ____.



12.（3 分）已知 a，b，c 正整数，且只要 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}<1$ 则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ m，设 m 的最小值为 $\frac{r}{s}$（$\frac{r}{s}$ 为最简分数），则 $r+s=$ ____.

13.（3 分）对于任意实数 x，y，定义运算符号 $*$，且 $x*y$ 有唯一解，满足 $(a*b)+c=(a*c)+(b*c)$，$0*(a+b)=(0*a)+(0*b)$，则 $20*24=$ ____.

14.（3 分）已知正整数 A，B，C 且 $A>B>C$，满足 $\overline{ABC}^2+\overline{BCA}^2+\overline{CAB}^2=879897$，则 $\overline{ABC}=$ ____.

15.（3 分）等腰三角形边长均为整数，其的面积在数值上是周长的 12 倍，则所有可能的等腰三角形的腰长之和为 ____.

2024 年广东省深圳中学自主招生数学试卷（回忆版）

参考答案与试题解析

一、填空题。

1.（3 分）$\dfrac{6\times30^{2024}+30^{2025}}{30^{2024}-10\times30^{2023}}=$ __54__.

【分析】利用同底数幂的乘法法则，有理数的混合运算法则进行计算，即可解答.

【解答】解：$\dfrac{6\times30^{2024}+30^{2025}}{30^{2024}-10\times30^{2023}}$

$=\dfrac{6\times30^{2024}+30\times30^{2024}}{30\times30^{2023}-10\times30^{2023}}$

$=\dfrac{30^{2024}\times(6+30)}{30^{2023}\times(30-10)}$

$=\dfrac{30^{2024}\times36}{30^{2023}\times20}$

$=\dfrac{30\times36}{20}$

$=54$，

故答案为：54.

【点评】本题考查了有理数的混合运算，同底数幂的乘法，准确熟练地进行计算是解题的关键.

2.（3 分）方程在 $\dfrac{9}{x+\sqrt{32-x^2}}+\dfrac{9}{x-\sqrt{32-x^2}}=x$ 的正解为 __$x=5$__.

【分析】根据解无理方程的步骤求解即可.

【解答】解：首先，考虑方程的两边统一分母.

给定的方程是：$\dfrac{9}{x+\sqrt{32-x^2}}+\dfrac{9}{x-\sqrt{32-x^2}}=x$，

通过通分，我们可以将左边的两个分数合并为一个分数：$\dfrac{9(x-\sqrt{32-x^2})+9(x+\sqrt{32-x^2})}{(x+\sqrt{32-x^2})(x-\sqrt{32-x^2})}=x$，

展开并化简分母和分子：

分母：$(x+\sqrt{32-x^2})(x-\sqrt{32-x^2})=x^2-(\sqrt{32-x^2})^2=x^2-(32-x^2)=2x^2-32$，

分子：$9(x-\sqrt{32-x^2})+9(x+\sqrt{32-x^2})=18x$，

于是原方程简化为：$\dfrac{18x}{2x^2-32}=x$，

进一步简化得到：$18x=x(2x^2-32)$，

移项并除以 x（假设 $x\neq0$），

得：$18=2x^2-32$，

解这个二次方程得到x的值：$2x^2=50$，

$x^2=25$　　$x=\pm5$，

方程的正解为$x=5$．

故答案为：$x=5$．

【点评】本题考查无理方程，解题的关键是掌握无理方程的解题方法．

3．（3分）等腰△ABC的底边AC长为30，腰上的高为24，则△ABC的腰长为 __25__．

【分析】根据等腰三角形的性质和勾股定理即可得到结论．

【解答】解：∵等腰△ABC的底边AC长为30，腰上的高为24，

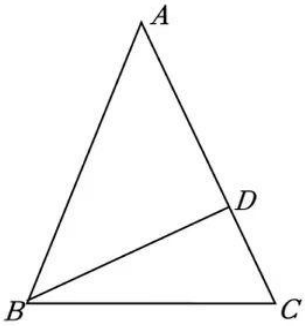
$\therefore CD=\sqrt{BC^2-BD^2}=\sqrt{30^2-24^2}=18$，

$\because AB^2=AD^2+BD^2$，

$\therefore AB^2=(AB-18)^2+24^2$，

$\therefore AB=25$，

故答案为：25．



【点评】本题考查了等腰三角形的性质，熟练掌握等腰三角形的性质是解题的关键．

4．（3分）已知实数m，n满足$20m^2+24m+1=0$，$n^2+24n+20=0$且$mn\neq1$，则$|\frac{60n}{1+mn}|=$ __50__．

【分析】由两个方程的形式可知，m，$\frac{1}{n}$是方程$20x^2+24x+1=0$的两个根，根据根与系数的关系得到$mn+1$与n的数量关系并代入计算即可．

【解答】解：由题意可知，m，$\frac{1}{n}$是方程$20x^2+24x+1=0$的两个根，

$\therefore m+\frac{1}{n}=-\frac{24}{20}=-\frac{6}{5}$，即$\frac{1+mn}{n}=-\frac{6}{5}$，

$\therefore 1+mn=-\frac{6}{5}n$，

$\therefore |\frac{60n}{1+mn}|=|\frac{60n}{-\frac{6}{5n}}|=50$.

故答案为：50.

【点评】本题考查考查根与系数的关系、绝对值，确定 m，$\frac{1}{n}$ 是方程 $20x^2+24x+1=0$ 的两个根、掌握根与系数的关系是解题的关键.

5.（3 分）若 x 为全体实数，则函数 $y=x^2-2|x|+3$ 与 $y=2x^2-4x+3$ 的交点有 __2__ 个.

【分析】根据二次函数的性质，分 x 0 和 $x<0$ 两种情况把两函数解析式整理成一般形式，求 x 的值，确定交点个数即可.

【解答】解：方法①：$\because y=x^2-2|x|+3$，

$\therefore$ 当 x 0 时，$y=x^2-2x+3$，

联立方程组 $\begin{cases}y=x^2-2x+3\\y=2x^2-4x+3\end{cases}$，

$\therefore x^2-2x+3=2x^2-4x+3$，

整理，得 $x^2-2x=0$，

解得：$x_1=0$，$x_2=2$；

当 $x<0$ 时，$y=x^2+2x+3$，

联立方程组 $\begin{cases}y=x^2+2x+3\\y=2x^2-4x+3\end{cases}$，

$\therefore x^2+2x+3=2x^2-4x+3$，

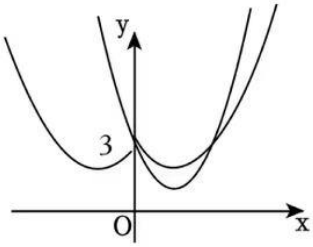
整理，得 $x^2-6x=0$，

解得：$x_3=0$，$x_4=6$，

$\therefore$ 交点有 2 个.

故答案为：2.

方法②：图象法，在同一坐标系中画两个函数的图象.



如图，两函数的交点有 2 个.

【点评】本题考查了二次函数的性质，利用分类讨论的思想，解题关键是根据 x 的取值范围去掉绝对值符号，整理成一般形式求解.

6. （3 分）若 $abc\neq 0$，$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}=1$，则 $\frac{a^2}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c^2}{a+b}=$ __0__.

【分析】利用“代 1”法将 $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}=1$ 进行变形处理即可求得答案.

【解答】解：$\because abc\neq 0$，$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}=1$，

$\therefore a+b+c$

$=(a+b+c)\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}$

$=\frac{a^2}{b+c}+(b+c)\cdot\frac{a}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+(a+c)\cdot\frac{b}{a+c}+\frac{c^2}{a+b}+(a+b)\cdot\frac{c}{a+b}$

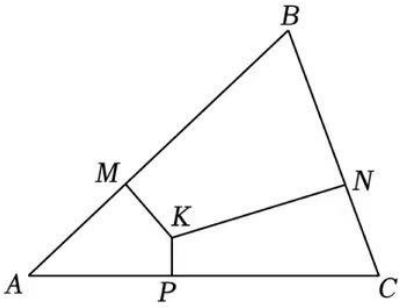
$=\frac{a^2}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c^2}{a+b}+(a+b+c)$

所以 $\frac{a^2}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c^2}{a+b}=0$.

故答案为：0.

【点评】本题主要考查了分式的化简求值，解题的技巧性在于“1”的巧妙应用.

7. （3 分）K 为 $\triangle ABC$ 内一点，过点 K 作三边的垂线 KM，KN，KP，若 $AM=3$，$BM=5$，$BN=4$，$CN=2$，$CP=4$，则 $AP^2=$ __12__.



【分析】连接 AK、BK、CK，由 $\angle AMK=\angle BMK=\angle BNK=\angle CNK=\angle CPK=\angle APK=90°$，得 $AK^2-AM^2=BK^2-BM^2=KM^2$，$BK^2-BN^2=CK^2-CN^2=KN^2$，$CK^2-CP^2=AK^2-AP^2=KP^2$，求得 $AK^2=BK^2-16$，$BK^2=CK^2+12$，$CK^2=AK^2-AP^2+16$，可推导出 $AK^2=AK^2-AP^2+12$，则 $AP^2=12$，

于是得到问题的答案.

【解答】解：连接 AK 、 BK 、 CK ，

$\because KM \perp AB$ 于点 M ， $KN \perp BC$ 于点 N ， $KP \perp AC$ 于点 P ，

$\therefore \angle AMK = \angle BMK = \angle BNK = \angle CNK = \angle CPK = \angle APK = 90°$ ，

$\therefore AK^2 - AM^2 = BK^2 - BM^2 = KM^2$ ， $BK^2 - BN^2 = CK^2 - CN^2 = KN^2$ ， $CK^2 - CP^2 = AK^2 - AP^2 = KP^2$ ，

$\because AM = 3$ ， $BM = 5$ ， $BN = 4$ ， $CN = 2$ ， $CP = 4$ ，

$\therefore AK^2 = BK^2 - 5^2 + 3^2 = BK^2 - 16$ ， $BK^2 = CK^2 - 2^2 + 4^2 = CK^2 + 12$ ， $CK^2 = AK^2 - AP^2 + 4^2 = AK^2 - AP^2 + 16$ ，

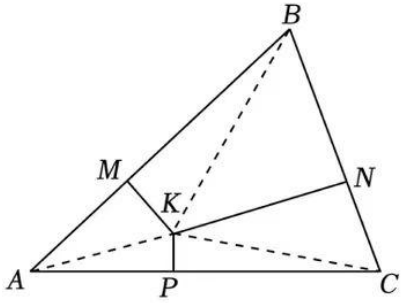
$\therefore AK^2 = CK^2 + 12 - 16 = CK^2 - 4$ ，

$\because CK^2 - 4 = AK^2 - AP^2 + 16 - 4 = AK^2 - AP^2 + 12$ ，

$\therefore AK^2 = AK^2 - AP^2 + 12$ ，

$\therefore AP^2 = 12$ ，

故答案为：12.



【点评】此题重点考查勾股定理的应用，正确地作出辅助线并且求得 $AK^2 = BK^2 - 16$ ， $BK^2 = CK^2 + 12$ ， $CK^2 = AK^2 - AP^2 + 16$ 是解题的关键.

8. (3 分) 已知 a ， b ， c ，令 a ， b ， c 的最小值为 $min\{a$ ， b ， $c\}$ ，已知 $f(x) = min\{4x + 1$ ， $x + 2$ ， $-2x + 4\}$ ，若 $f(x)$ 的最大值为 M ，则 $6M =$ __14__.

【分析】根据题意，令 $y_1 = 4x + 1$ ， $y_2 = x + 2$ ， $y_3 = -2x + 4$ ，联立方程组可求得直线 $y_1 = 4x + 1$ 与直线 $y_2 = x + 2$ 的交点为 $\begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{7}{3} \end{cases}$ ，直线 $y_1 = 4x + 1$ 与 $y_3 = -2x + 4$ 的交点为 $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 3 \end{cases}$ ，直线 $y_2 = x + 2$ 与 $y_3 = -2x + 4$ 的交点为 $\begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{8}{3} \end{cases}$ ，

再分情况进行分析：当 x $\frac{1}{3}$ 时， $f(x)$ $\frac{7}{3}$ ；

当$\frac{1}{3}<x$ $\frac{1}{2}$时，$\frac{7}{3}<f(x)$ $\frac{5}{2}$；

当$\frac{1}{2}<x$ $\frac{2}{3}$时，$\frac{5}{2}<f(x)$ $\frac{8}{3}$；

当$x>\frac{2}{3}$时，$f(x)>\frac{8}{3}$．进而求出M的值，即可得出答案.

【解答】解：由题意，令$y_1=4x+1$，$y_2=x+2$，$y_3=-2x+4$，

由$\begin{cases}y=4x+1\\y=x+2\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=\frac{1}{3}\\y=\frac{7}{3}\end{cases}$，

由$\begin{cases}y=4x+1\\y=-2x+4\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=3\end{cases}$，

由$\begin{cases}y=x+2\\y=-2x+4\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=\frac{2}{3}\\y=\frac{8}{3}\end{cases}$，

$\therefore$直线$y_1=4x+1$与直线$y_2=x+2$的交点为$\begin{cases}x=\frac{1}{3}\\y=\frac{7}{3}\end{cases}$，

直线$y_1=4x+1$与$y_3=-2x+4$的交点为$\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=3\end{cases}$，

直线$y_2=x+2$与$y_3=-2x+4$的交点为$\begin{cases}x=\frac{2}{3}\\y=\frac{8}{3}\end{cases}$，

$\therefore$当x $\frac{1}{3}$时，$f(x)=4x+1$，

当$\frac{1}{3}<x$ $\frac{1}{2}$时，$f(x)=x+2$，

当$\frac{1}{2}<x$ $\frac{2}{3}$时，$f(x)=-2x+4$，

当$x>\frac{2}{3}$时，$f(x)=4x+1$，

即$f(x)=\begin{cases}4x+1(x\ \frac{1}{3})\\ x+2(\frac{1}{3}<x\ \frac{1}{2})\\ -2x+4(\frac{1}{2}<x\ \frac{2}{3})\\ 4x+1(x>\frac{2}{3})\end{cases}$，

$\therefore$当x $\frac{1}{3}$时，$f(x)$ $\frac{7}{3}$；

当$\frac{1}{3}<x$ $\frac{1}{2}$时，$\frac{7}{3}<f(x)$ $\frac{5}{2}$；

当$\frac{1}{2}<x$ $\frac{2}{3}$时，$\frac{5}{2}<f(x)$ $\frac{8}{3}$；

当$x>\frac{2}{3}$时，$f(x)>\frac{8}{3}$.

综上所述，$f(x)$ $\frac{7}{3}$，即$f(x)$的最小值为$\frac{7}{3}$，

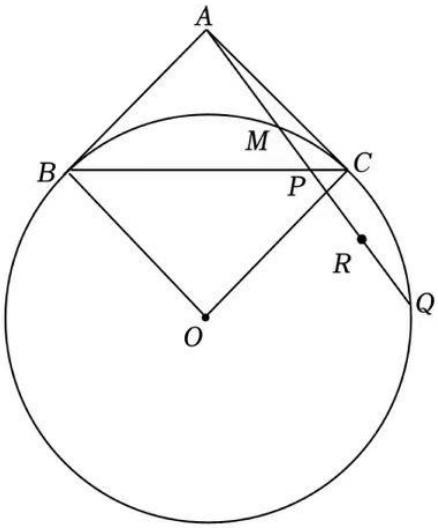
$\therefore M=\frac{7}{3}$，

$\therefore 6M=6\times\frac{7}{3}=14$.

故答案为：14.

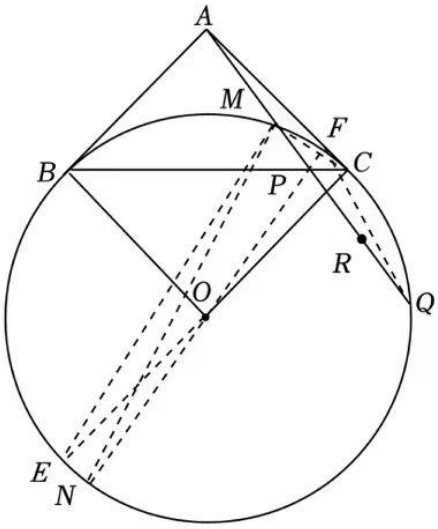
【点评】本题考查了一次函数与二元一次方程组，解二元一次方程组，熟练掌握一次函数与二元一次方程组，解二元一次方程组的方法是解题的关键.

9.（3分）已知正方形$OBAC$，以OB为半径作圆，过A的直线交$\odot O$于M，Q，交BC与P，R为PQ中点，若$AP=18$，$PR=7$，则$BC=$__$\frac{96\sqrt{46}}{23}$__.



【分析】过 P 作直径 FN，延长 CO 交 $\odot O$ 于 E，先证明 $\triangle CAM \sim \triangle QAM$，故 $AC^2 = AM \cdot AQ$．再证明 $\triangle NMP \sim \triangle QFP$，故 $NP \cdot PF = MP \cdot PQ$．最后证明 $\triangle ABP \cong \triangle OBP$，故 $OP = AP = 18$．再换算即可．

【解答】解：过 P 作直径 FN，延长 CO 交 $\odot O$ 于 E，连 MC、ME、MN、FQ．



$\because$ 正方形 $ABOC$，

$\therefore \angle ACM + \angle MCE = 90°$，

$\because CE$ 为直径，

$\therefore \angle E + \angle MCE = 90°$，

$\therefore \angle ACM = \angle E = \angle Q$，

又 $\angle CAM = \angle CAM$，

$\therefore \triangle CAM \sim \triangle QAM$，

$\therefore AC^2 = AM \cdot AQ$．

$\because \angle MNP = \angle FQP$，$\angle NMP = \angle QFP$，

$\therefore \triangle NMP \sim \triangle QFP$，

$\therefore NP \cdot PF = MP \cdot PQ$．

$\because$ 正方形 $ABOC$，

$\therefore AB = BO$，$\angle ABP = \angle OBP$，

又 $BP = BP$，

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle OBP(SAS)$，

$\therefore OP = AP = 18$．

由 $AC^2 = AM \cdot AQ$ 得 $AC^2 = (AP - MP) \cdot (AP + PQ) = (18 - MP) \cdot (18 + 7 + 7) = 32(18 - MP)$．

由 $NP \cdot PF = MP \cdot PQ$ 得 $(NO + OP) \cdot (OF - OP) = MP \cdot (7 + 7)$，

即 $NO^2 - OP^2 = 14MP$，

$\therefore NO^2 = 14MP + 18^2$，

$\because AC = NO$，

$\therefore 32(18 - MP) = 14MP + 18^2$，

$\therefore MP = \frac{126}{23}$，

$\therefore AC^2 = 32(18 - MP) = \frac{9216}{23}$，

$\therefore\therefore AC = \frac{96\sqrt{23}}{23}$，

$\therefore BC = \sqrt{2}AC = \frac{96\sqrt{46}}{23}$．

故答案为：$\frac{96\sqrt{46}}{23}$．

【点评】本题考查了正方形综合题，运用正方形性质，结合相似是解题关键．

10．（3 分）若 a，b，c，d，e 为两两不同的整数，则 $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-d)^2 + (d-e)^2 + (e-f)^2$ 的最小值为 __5__．

【分析】根据题意，a，b，c，d 为两两不同的整数，可得 $(a-b)^2 > 0$，$(b-c)^2 > 0$，$(c-d)^2 > 0$，$(d-e)^2 > 0$，$(e-f)^2 > 0$，即可得 $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-d)^2 + (d-e)^2 + (e-f)^2$ 的最小值为：$1+1+1+1+1=5$．

【解答】解：$\because a$，b，c，d 为两两不同的整数，

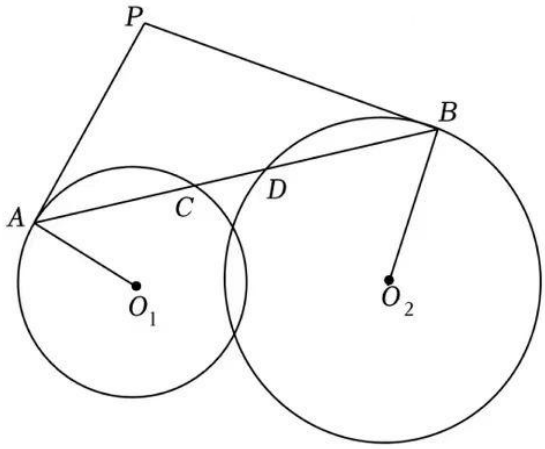
$\therefore (a-b)^2 > 0$，$(b-c)^2 > 0$，$(c-d)^2 > 0$，$(d-e)^2 > 0$，$(e-f)^2 > 0$，

$\therefore (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-d)^2 + (d-e)^2 + (e-f)^2$ 的最小值为：$1+1+1+1+1=5$．

故答案为：5.

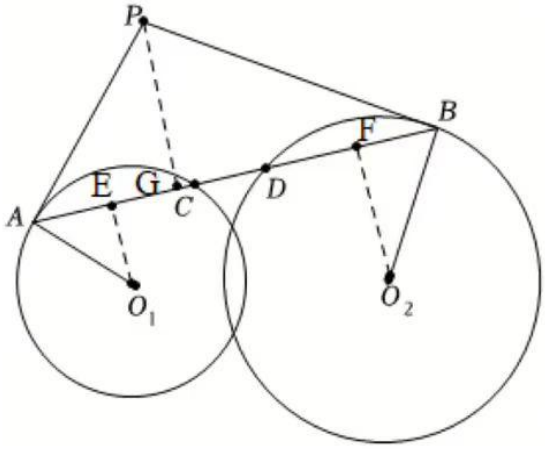
【点评】本题考查了整式的混合运算，完全平方公式，熟练掌握整式混合运算法则，完全平方公式是解题的关键.

11.（3分）PA，PB分别为$\odot O_1$和$\odot O_2$的切线，连接AB交$\odot O_1$于C交$\odot O_2$于D，且$AC=BD$，已知$\odot O_1$和$\odot O_2$的半径分别为20和24，则$180(\frac{PA}{PB})^2=$ 125 .



【分析】作$PG\perp AB$，$O_1E\perp AC$，$O_2F\perp BD$，证$AE=BF$，证$\angle EAO_1=\angle APG$，$\angle FBO_2=\angle BPG$，证$\triangle APG\backsim\triangle O_1AE$，$\triangle BPG\backsim\triangle O_2BF$，得出$\frac{PA}{PB}=\frac{5}{6}$，即可解答.

【解答】解：作$PG\perp AB$，$O_1E\perp AC$，$O_2F\perp BD$，



$\because O_1E\perp AC$，$O_2F\perp BD$，

$\therefore AE=EC$，$DF=BF$，$\angle AEO_1=\angle BFO_2=90°$，

$\because AC=BD$，

$\therefore AE=BF$，

$\because PA$，PB 分别为 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的切线，

$\therefore \angle PAO_1 = 90°$，$\angle PBO_2 = 90°$，

$\because PG \perp AB$，

$\therefore \angle AGP = \angle BGP = 90°$，

$\therefore \angle EAO_1 = \angle APG$，$\angle FBO_2 = \angle BPG$，

$\therefore \triangle APG \backsim \triangle O_1AE$，$\triangle BPG \backsim \triangle O_2BF$，

$\therefore \frac{PA}{AO_1} = \frac{PG}{AE}, \frac{PB}{BO_2} = \frac{PG}{BF}$，

$\therefore \frac{PA}{20} = \frac{PB}{24}$，

$\therefore \frac{PA}{PB} = \frac{5}{6}$，

$\therefore 180(\frac{PA}{PB})^2 = 180 \times \frac{25}{36} = 125$.

故答案为：125.

【点评】本题考查切线的性质，垂径定理，相似三角形的判定和性质，作辅助线，构造相似三角形是解题的关键.

12.（3 分）已知 a，b，c 正整数，且只要 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}<1$ 则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ m，设 m 的最小值为 $\frac{r}{s}$（$\frac{r}{s}$ 为最简分数），则 $r+s=$ 3 .

【分析】根据题意，$a>1$，$b>1$，$c>1$，可得 $\frac{1}{a}<1$，$\frac{1}{b}<1$，$\frac{1}{c}<1$，进而得出 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}<3$，结合已知可得出 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ 2，即 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ 的最大值为 2，即可得出 m 的值，即 $\frac{r}{s}$ 的值，根据最简分数定义，即可得出答案.

【解答】解：$\because a>1$，$b>1$，$c>1$，

$\therefore \frac{1}{a}<1$，$\frac{1}{b}<1$，$\frac{1}{c}<1$，

$\therefore \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}<3$，

又$\because \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}<1$，

$\therefore \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ 2，即 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ 的最大值为 2，

$\therefore m=2$，

$\therefore \frac{r}{s}=2$，

$\because \frac{r}{s}$为最简分数，

$\therefore r+s=2+1=3$.

故答案为：3.

【点评】本题考查了分式的加减，最简分数定义，代数式求值，掌握分式的加减运算法则，最简分数定义是解题的关键.

13.（3分）对于任意实数x，y，定义运算符号$*$，且$x*y$有唯一解，满足$(a*b)+c=(a*c)+(b*c)$，$0*(a+b)=(0*a)+(0*b)$，则$20*24=$__0__.

【分析】根据新定义把$20*24$变成$(a*b)+c=(a*c)+(b*c)$据此解答即可.

【解答】解：令$c=0$，则$(a*b)+0=a*0+b*0$，即$a*b=a*0+b*0$，

令$a=b=0$，

$\therefore a*b=a*0+b*0$，

$\therefore 20*24=0$.

故答案为：0.

【点评】本题考查了实数的运算、数与式中的新定义问题，理解“$*$”的规定是关键.

14.（3分）已知正整数A，B，C且$A>B>C$，满足$\overline{ABC}^2+\overline{BCA}^2+\overline{CAB}^2=879897$，则$\overline{ABC}=$__832__.

【分析】根据平方的尾数和特征，从而得出ABC三个数的可能，再代入验证即可.

【解答】解：$1^2=1$，$2^2=4$，$3^2=9$，$4^2=16$，$5^2=25$，$6^2=36$，$7^2=49$，$8^2=64$，$9^2=81$，

若尾数为7，则在1、4、9、6、5、6、9、4、1中，

$1+1+5=7$，此时A、B、C三个数为9、5、1，

$6+5+6=17$，此时A、B、C三个数为6、5、4，

$4+9+4=17$，此时A、B、C三个数为8、3、2，或8、7、2，

下面开始验证，

$951^2+519^2+195^2=1211787$，不符合题意，

$654^2+546^2+465^2=942057$，不符合题意，

$832^2+328^2+283^2=879897$，符合题意，

$872^2+728^2+287^2=1372737$，不符合题意，

综上，$\overline{ABC}=832$.

故答案为：832.

【点评】本题主要考查尾数平方的特征，利用尾数和得出 A 、 B 、 C 三个数的可能性是解题的关键.

15.（3 分）等腰三角形边长均为整数，其的面积在数值上是周长的 12 倍，则所有可能的等腰三角形的腰长之和为 __560__.

【分析】根据题意将腰长和底边设出来，通过面积和周长的关系建立关于 a 和 b 的等式，再利用分式取整的计算方法求解即可.

【解答】解：如图，作 $AD \perp BC$ 于点 D ，

设腰长 $AB=b$ ，底边 $BC=2a$ ，则 $BD=a$ ，

在 Rt△ABD 中， $AD=\sqrt{b^2-a^2}$ ，

$\therefore S_{\triangle ABC}=a\cdot\sqrt{b^2-a^2}$ ， $C_{\triangle ABC}=2a+2b$ ，

$\therefore 12\cdot 2(a+b)=a\cdot\sqrt{b^2-a^2}$ ，

故 $\frac{b-a}{b+a}=\frac{576}{a^2}$ ，

$\therefore a^2b-a^3=576b+576a$ ，

$\therefore b=\frac{576a+a^3}{a^2-576}$

$=a+\frac{1152a}{a^2-576}$

$=a+\frac{1152a}{(a+24)(a-24)}$

$=a+\frac{(a-24)576+(a+24)576}{(a+24)(a-24)}$

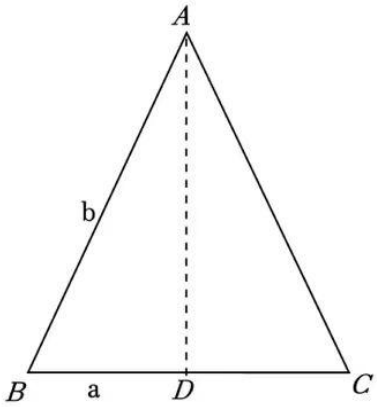
$=a+\frac{576}{a+24}+\frac{576}{a-24}$ ，

$\because a$ ， b 为整数，

$\therefore a=40$ ， $b=85$ 或 $a=48$ ， $b=80$ 或 $a=72$ ， $b=90$ 或 $a=120$ ， $b=130$ 或 $a=168$ ， $b=175$ ，

$\therefore$ 可能的腰长之和为： $85+80+90+130+175=560$.

故答案为：560.



【点评】本题主要考查了等腰三角形的性质等内容，熟练掌握相关知识是解题的关键.