2025 深中自招（回忆版）

1. $1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4x}}}=\cfrac{3038}{2025}$，则 $x=$_____.

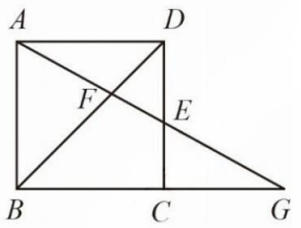
2. $x^2+y^2=6xy, t=\cfrac{x+y}{x-y}$，则 $60t^2=$_____.

3. $\cfrac{2025^3-1000^3-1025^3}{2025\times1000\ \times1025}=$_____.

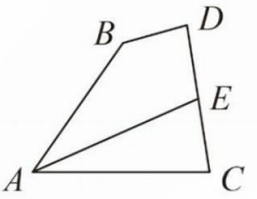
4. $\sqrt{x-1+2\sqrt{x-2}}-\sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}}=1$，根的和为 t，$8t=$_____.

5. $|x|+x+y=10, |y|+y-x=12$，$x+y$ 可能值和为 t，$20t=$_____.

6. 在正方形 $ABCD$ 中，在 BD 上取一点 F，连接 AF 并延长交 BD 于点 F，CD 于点 E.已知 $AF=30$，$EF=18$，则 EG 的长度为_____.

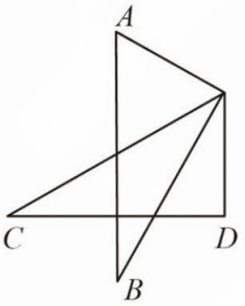


7. $AB=AE=AC=CD$，$BD=EC$，$BD/\!/EC$，则 $\angle ABD$ 的度数为_____.



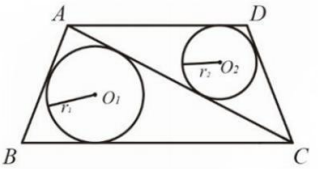
8. 已知 x 为实数且 $x<1$，设 $A=\cfrac{x^2-4x+4}{1-x}$，则 A 的最小值为_____.

9. 两个含 30° 角的直角三角板如图所示叠放在一起，$AB \perp CD$ 两三角板的面积均为 300，则重叠部分面积为_____.



10. 已知 $\dfrac{x-2}{x^2+3}$ 的最大值为 M，最小值为 n, $t=M-n$。则 $36t^2=$_____.

11. 已知等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB=CD=10$，$BC=21$，$\odot O_1, \odot O_2$ 分别切 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 则 $r_1 \cdot r_2$ =_____.



12. $[x]$ 为不大于 x 的最大整数，满足 $\sqrt{x^2-[x]^2}=3-x$ 所有可能的 x 的值的和为 t，则 $[t]$ =_____.

13. 已知 $\left|x^2-ax+b\right|=8$ 有三个不同的根，三个根能组成一个直角三角形，则 $|a-b|$ 所有可能值之和为_____.

14. 实数满足 $a_1 \le a_2 \le a_3 \le \cdots \le a_{12}$，任意三个数字之间无法组成锐角三角形.则 $\dfrac{5a_{12}}{a_1}$ 的最小值是_____.

15. $B(n)$ 表示 $n=a_1+2a_2+2^2a_2+\cdots+2^k a_k$ 的方法数，n 为自然数且 $n \ge 3, a_j=0,1,2(j<k)$, $a_k=1,2$，求 $B(2025)=$_____.

2025 深中自招（回忆版）

1. $1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4x}}}=\cfrac{3038}{2025}$，则 $x=$ ____253____.

$1+\frac{1}{1+\frac{1}{4x}}=\frac{1}{\frac{3038}{2025}-1}=\frac{2025}{1013}$

$1+\frac{1}{4x}=\frac{1}{\frac{2025}{1013}-1}=\frac{1013}{1012}$

$4x=1012$，$\Rightarrow x=253$.

2. $x^2+y^2=6xy, t=\cfrac{x+y}{x-y}$，则 $60t^2=$ ____120____.

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy=8xy$

$(x-y)^2=x^2+y^2-2xy=4xy$

$t^2=(\frac{x+y}{x-y})^2=2$.

$\Rightarrow 60t^2=120$.

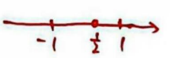
3. $\cfrac{2025^3-1000^3-1025^3}{2025\times 1000\times 1025}=$ ____3____.

令 $1000=a$，$1025=b$. 则

原式 $=\frac{(a+b)^3-a^3-b^3}{(a+b)ab}=\frac{3ab(a+b)}{(a+b)ab}=3$.

4. $\sqrt{x-1+2\sqrt{x-2}}-\sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}}=1$，根的和为 t，$8t=$ ____18____.

$|\sqrt{x-2}+1|-|\sqrt{x-2}-1|=1$



$\Rightarrow \sqrt{x-2}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow x=\frac{9}{4}$

$\Rightarrow 8t=18$.

5. $|x|+x+y=10$，$|y|+y-x=12$，$x+y$ 可能值和为 t，$20t=$ 168 .

① $x\geq 0, y\geq 0$
$\begin{cases} 2x+y=10 \\ 2y-x=12 \end{cases}$
$\Rightarrow \begin{cases} x=\frac{8}{5} \\ y=\frac{34}{5} \end{cases}$

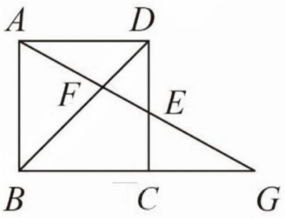
② $x\geq 0, y<0$
$\begin{cases} 2x+y=10 \\ -x=12 \end{cases}$
$\Rightarrow \begin{cases} x=-12 \\ y=34 \end{cases}$ 舍

③ $x<0, y\geq 0$
$\begin{cases} y=10 \\ 2y-x=12 \end{cases}$
$\Rightarrow \begin{cases} y=10 \\ x=8 \end{cases}$ 舍

④ $x<0, y<0$.
$\begin{cases} y=10 \\ -x=12 \end{cases}$ 舍.

$\therefore 20t=20\times\left(\frac{8}{5}+\frac{34}{5}\right)=168$.

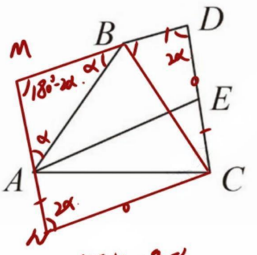
6. 在正方形 $ABCD$ 中，在 BD 上取一点 F，连接 AF 并延长交 BD 于点 F，CD 于点 E.已知 $AF=30$，$EF=18$，则 EG 的长度为 32 .



令 $DE=18t$，则 $AE=30t$，$CE=12t$.
$\because AD\parallel CG$
$\therefore EG=\frac{CE}{DE}AE=\frac{12t}{18t}\times 48=32$.

7. $AB=AE=AC=CD$，$BD=EC$，$BD/\!/EC$，则 $\angle ABD$ 的度数为 140° .

过点A作CD的平行线.
过点C作BD的平行线，延长DB 连接BC
则 $\square MAED$、$\square ANCE$
且 $AE=NC=CD$
$\therefore \square MDCN$ 为菱形
$\because BD=CE=AN$
$\therefore MB=MA$
设 $\angle MBA=\angle MAB=\alpha$.
证 $\triangle DBC\cong\triangle ANC(SAS)$
$\therefore BC=AC$
$\therefore BC=AC=AB$



$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形.
$\because CD=AC$
$\therefore CD=BC$
$\therefore \angle DBC=\angle D=2\alpha$
$\because \angle MBA+\angle ABC+\angle DBC=180°$
即 $\alpha+60°+2\alpha=180°$
$\alpha=40°$
$\therefore \angle ABD=180°-\angle MBA=140°$

8. 已知 x 为实数且 $x<1$，设 $A=\dfrac{x^2-4x+4}{1-x}$，则 A 的最小值为____4____.

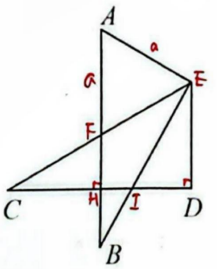
$A=-x+3+\dfrac{1}{-x+1}$

$=(-x+1)+\dfrac{1}{-x+1}+2$

$\geq 2\sqrt{(-x+1)\cdot\dfrac{1}{-x+1}}+2=4$

当且仅当 $-x+1=\dfrac{1}{-x+1}$ 时，即 $x=0$ 时，"$=$" 成立.

9. 两个含 30° 角的直角三角板如图所示叠放在一起，$AB\perp CD$ 两三角板的面积均为 300，则重叠部分面积为____125____.



易证. $\triangle AFE$ 为正三角形.

$\because AE=AF=EF=a$，从而 $CF=CE-EF=a$. $\therefore FH=\dfrac{a}{2}$. $\therefore BH=\dfrac{a}{2}$. $\therefore S_{\triangle BHI}=\left(\dfrac{\frac{a}{2}}{\sqrt{3}a}\right)^2\cdot S_{\triangle ABE}=\dfrac{1}{12}S_{\triangle ABE}$

$\therefore S_{重}=S_{\triangle EFB}-S_{\triangle HBI}=\dfrac{1}{2}S_{\triangle ABE}-\dfrac{1}{12}S_{\triangle ABE}=\dfrac{5}{12}\times 300=125$.

10. 已知 $\dfrac{x-2}{x^2+3}$ 的最大值为 M，最小值为 n，$t=M-n$。则 $36t^2=$____28____.

令 $y=\dfrac{x-2}{x^2+3}$，则

$yx^2-x+3y+2=0$

$\therefore \Delta=1-4y(3y+2)$

$=-\left[12\left(y+\dfrac{1}{3}\right)^2-\dfrac{7}{3}\right]\geq 0$

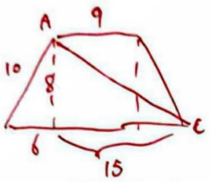
$\therefore \left(y+\dfrac{1}{3}\right)^2\leq\dfrac{7}{36}$

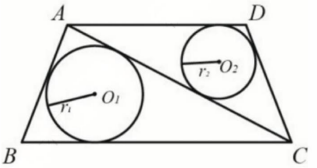
$\therefore -\dfrac{\sqrt{7}}{6}-\dfrac{1}{3}\leq y\leq\dfrac{\sqrt{7}}{6}-\dfrac{1}{3}$

$\therefore M-N=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$

$\therefore 36t^2=36\times\left(\dfrac{\sqrt{7}}{3}\right)^2=28$.

11. 已知等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB=CD=10$，$BC=21$，$\odot O_1,\odot O_2$ 分别切 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 则 $r_1\cdot r_2$ =_____.





$AC=\sqrt{8^2+15^2}=17$.

$r_1=\frac{S}{P}=\frac{\frac{1}{2}\times 21\times 8}{\frac{1}{2}\times(10+21+17)}=\frac{7}{2}$

$r_2=\frac{S}{P}=\frac{\frac{1}{2}\times 9\times 8}{\frac{1}{2}\times(9+10+17)}=2$

$\therefore r_1r_2=7$.

12. $[x]$ 为不大于 x 的最大整数，满足 $\sqrt{x^2-[x]^2}=3-x$ 所有可能的 x 的值的和为 t，则 $[t]$ =_____.

$\because 3-x\geq 0$

$\therefore x\leq 3$

$x^2-[x]^2=x^2-6x+9$

$\Rightarrow [x]^2=6x-9$

又 $0\leq 6x-9\leq 9$

$\therefore [x]^2=0$ 或 1 或 4 或 9

① $[x]=0$，$6x-9=0$，$x=\frac{3}{2}$，不满足.

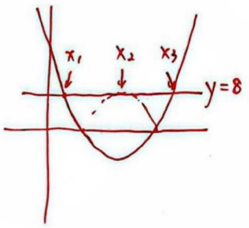
② $[x]=1$，$6x-9=1$，$x=\frac{5}{3}$，满足.

③ $[x]=2$，$6x-9=4$，$x=\frac{13}{6}$，满足.

④ $[x]=3$，$6x-9=9$，$x=3$，满足.

$[t]=[\frac{5}{3}+\frac{13}{6}+3]=6$

13. 已知 $|x^2-ax+b|=8$ 有三个不同的根，三个根能组成一个直角三角形，则 $|a-b|$ 所有可能值之和为_____.



如右图，x^2-ax+b 最小值为 -8.

$\therefore \frac{4b-a^2}{4}=-8$.

$\therefore a^2-4b=32$ ①

又 $x_1<x_2<x_3$，则 $x_3=\frac{a}{2}$.

$x_3^2-x_1^2=x_2^2$

$\therefore (x_3+x_1)(x_3-x_1)=x_2^2$

$\therefore a\cdot\sqrt{a^2-4(b-8)}=(\frac{a}{2})^2$

$\therefore a^2-4a\sqrt{a^2-4b+32}=0$

由①得 $a^2-4a\sqrt{64}=0$ 即 $a(a-32)=0$

1° $a=0$，$x_2=0$，矛盾

2° $a=32$，$b=\frac{a^2-32}{4}=248$.

$\therefore |a-b|=216$.

14. 实数满足 $a_1 \le a_2 \le a_3 \le \cdots \le a_{12}$，任意三个数字之间无法组成锐角三角形.则 $\frac{5a_{12}}{a_1}$ 的最小值是____60____.

$1, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{8}, \sqrt{13}, \sqrt{21}, \sqrt{34}, \sqrt{55}, \sqrt{89}, \sqrt{144}$

$\frac{5\times 12}{1} = 60.$

15. $B(n)$ 表示 $n = a_1 + 2a_2 + 2^2 a_2 + \cdots + 2^k a_k$ 的方法数，n 为自然数且 $n \ge 3, a_j = 0,1,2(j < k)$, $a_k = 1,2$，求 $B(2025) =$ ____33____.

$2025 = (\underbrace{1111110}_{m}\underbrace{1001}_{n})_2$

$n = \begin{cases} 1001 \\ 0201 \\ 0121 \end{cases}$ 3×7.

$m = \begin{cases} 1111110 \\ 1111102 \\ 1111022 \\ 1110222 \\ 1102222 \\ 1022222 \\ 2222222 \end{cases}$

当 $n=1001$ 时，无.

当 $n=0201$ 时，6个

当 $n=0121$ 时 6个

$\therefore 3\times 7 + 6 + 6 = 33$