2026 深圳中学自主招生数学试题及答案

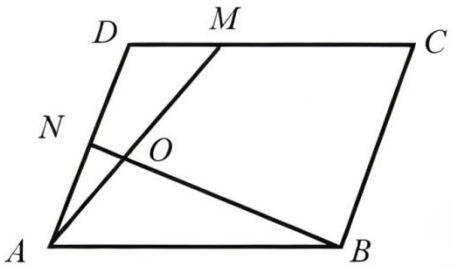
2026 深中自招拔尖创新（回忆版）

1.计算 $\sqrt{\sqrt{2026}+1}\sqrt{\sqrt{2026}-1}=$_____.

2.计算 $226^3-225\times226^2-225^2\times226+225^3=$_____.

3.已知正实数 x 满足 $x^{x^3}=216$，记 $[t]$ 表示不超过 t 的最大整数，则 $[2x]=$_____.

4.平行四边形 $ABCD$，M、N 分别为 CD、AD 上一点，且 $\frac{DM}{MC}=\frac{7}{18}$，$\frac{AN}{NC}=\frac{3}{4}$，NB 与 MA 交于点 O，设 $\frac{AO}{MO}=\frac{m}{n}$，且 $\frac{m}{n}$ 为版约分数，则 m+n=_____.

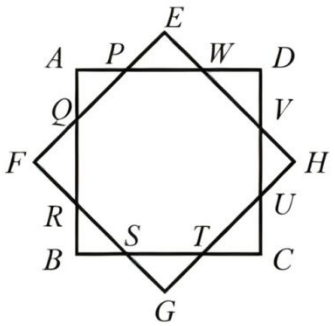


5.已知实数 x,y 满足 $x^2+x+y^2=3$，设 $x+y$ 最大值为 t，则 $(2t+1)^4=$_____.

6.已知实数 a,b,c 满足 $a+b+c=5,\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{5}$，则 $a^3+b^3+c^3=$_____.

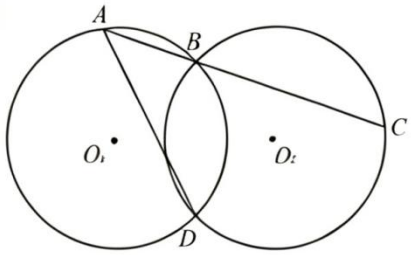
7.已知六边形 ABCDEF 的每一个内角部为整数，且 $\angle A<\angle B<\angle C<\angle D<\angle E<\angle F$，$\angle F=2\angle B$，则 $\angle E$ 的最小度数为_____.

8.四边形 ABCD 和四边形 EFGH 是边长为 1 的正方形，且有公共中心点 O，若 $PW=\frac{45}{101}$，记 $S_{多边形PQRSTUVW}=\frac{m}{n}$，且 m,n 为互质的正整数则 m+n=_____.



9.已知正整数 a,b,c，关于 x 的函数 $f(x)=ax^2-b|x|+c$，若 $f(x)=x$ 有三个解，其中较大两个解的差为 12，则 $\frac{b}{a^2}=$_____.

10.两个半径相同的 $\odot O_1,\odot O_2$，如图所示交于点 A，点 D，$AB=36,BC=84,AD=68$ 求 $\odot O_1$ 的直径

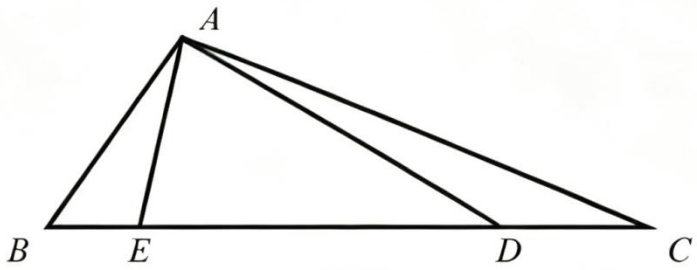


11.已知实数 a,b.当 $0\le x\le 5$ 且 $x\ne 2$ 时，表达式 $\frac{x-2}{x^3+ax+b}$ 的值恒为正数，且最大值和最小值的和为 $\frac{1}{6}$，则 $a^2+b^2=$_____.

12.已知正整数 a,b,关于 x 的一元三次方程，$x^3-bx^2+ax-b=0$,方程的三个根都为整数，则 $ab=$_____.

13.$\begin{cases}\frac{x}{x+1}+\frac{y}{y+1}+\frac{z}{z+1}=\frac{5}{2}\\ \frac{x^2}{x+1}+\frac{y^2}{y+1}+\frac{z^2}{z+1}=\frac{29}{2}\\ \frac{x^3}{x+1}+\frac{y^3}{y+1}+\frac{z^3}{z+1}=95\end{cases}$，记 $xyz=\frac{m}{n},m$、n 为互质的整数，则 $m+n=$_____.

14.B、E、C、D 在同一直线上依次排列，$BE=1,ED=9,DC=6$,动点 A 满足 $\angle RAE=\angle CAD$，则 $S_{\triangle ABC}$ 的最大值为_____.



15.已知正整数 a、b、c，在 1,2,3,4……16 中在取一个数 m，满则 a、b、c 都有一个数为 m 的

2026 深中自招拔尖创新（回忆版）

1.计算 $\sqrt{\sqrt{2026}+1}\sqrt{\sqrt{2026}-1}=$_____.

【解析】原式=$\sqrt{2026-1}=45$

2.计算 $226^3-225\times226^2-225^2\times226+225^3=$_____.

【解析】令 $226=a,225=b$

原式=$a^3-a^2b-ab^2+b$

$=a^2(a-b)-b^2(a-b)$

$=(a-b)^2(a+b)$

$=226+225$

$=451$

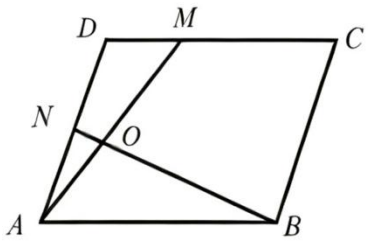
3.已的正实数 x 满足 $x^{x^3}=216$，记闪表示不超过 x 的最大整数，则 $[2x]=$_____.

【解析】$216=6^3=\left(\sqrt{6}\right)^6=\sqrt{6}^{x^3}$

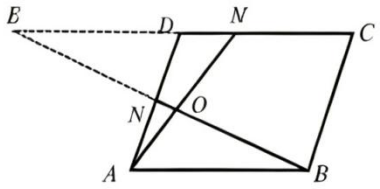
$\therefore x=\sqrt{6}$

$\therefore[2x]=[2\sqrt{6}]=[\sqrt{24}]=4$

4.平行四边形 $ABCD$ M、N 分别为 CO、AO 上一点，且 $\frac{DM}{MC}=\frac{7}{18},\frac{AN}{NC}=\frac{3}{4}$，NB 与 MA 交于点 O，设 $\frac{AO}{MO}=\frac{m}{n}$，且 $\frac{m}{n}$ 为限约分数，则 min=_____.



【解析】延长 BN,CD 交于点点，则



$\because DC//AB$

$\therefore\frac{ED}{AB}=\frac{DN}{NA}=\frac{4}{3}$

令 $DM=7k,MC=18k$，则 $AB=25k$

$\therefore DE=\frac{4}{3}\times25k=\frac{100}{3}k$

$\therefore\frac{AO}{MO}=\frac{AB}{EM}=\frac{25k}{\frac{100}{3}k+7k}=\frac{23}{121}$

$\therefore m+n=196$

5.已知实数 x,y 满足 $x^2+x+y^2=3$，设 $x+y$ 最大值为 t，则 $(2t+1)^2=$_____.

【解析】

令 $x+y=k$，则 $y=k-x$

$x^2+x+(k-x)^2=3$

$\therefore 2x^2+(1-2k)x+k^2-3=0$

$\therefore \Delta=(1-2k)^2-8(k^2-3)$

$=-4k^2-4k+25$

$=-(2k+1)^2+26\geq 0$

$\therefore (2k+1)^2\leq 26$

$\therefore k$ 最大值为 t

则 $(2t+1)^2=26$

$\therefore (2t+1)^3=676$

6.已知实数 a,b,c 满足 $a+b+c=5,\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{5}$，则 $a^3+b^3+c^3=$_____.

【解析】

$\frac{ab+bc+ac}{abc}=\frac{1}{5}$

$\therefore abc=5(ab+bc+ac)$

$a^3+b^3+c^3=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)+3abc$

$=(a+b+c)[(a+b+c)^2-3(ab+bc+ac)]+3abc$

$=5[23-3(ab+bc+ac)]+15(ab+bc+ac)$

$=125$

7.已知六边用 ABCDEF 的每一个内角都为整数，且 $\angle A<\angle B<\angle C<\angle D<\angle E<\angle F$，$\angle F=2\angle B$，

则 $\angle B$ 的是小度数为_____.

【解析】

$\angle F=2\angle B\leq 2(\angle E-3)=2\angle E-6$

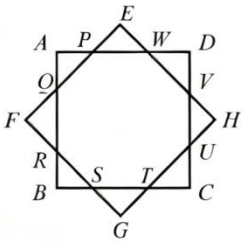
$\therefore \angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F=720^\circ$

$720\leq(\angle E-0)+(\angle E-3)+(\angle E-2)+(\angle E-1)+\angle E+(2\angle E-0)=7\angle E-16$

$\therefore \angle E\geq 105\frac{1}{3}$

构造：101,103,105,104,106,204的角

8.四边形 ABCD 和四边形 EFGH 是边长为 1 的正方形，且有公共中心点 O，若 $PW=\frac{45}{101}$，记 $S_{\text{多边形PWRSTVQU}}=\frac{m}{n}$，且 m,n 为互质的正整数则 m+n=_____.



【解析】由题知：$OA=OE=OD$，$\angle OAP=\angle OEP=45°$，

$\therefore \angle OAE=\angle OEA$，

$\therefore \angle PAE=\angle PEA$，即 $AP=PE$，

同理：$EW=DW$，

$\therefore \angle POW=45°$，

由等腰直角△半角模型结论知：$AP^2+DW^2=PW^2$，

又 $AP+DW=1-PW$，

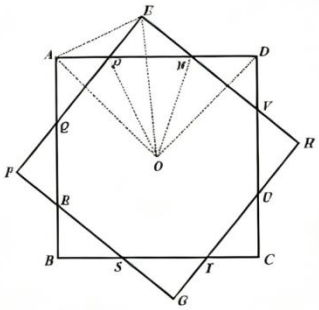
$\therefore S_{\text{空白}}=1-4S_{\triangle EPW}=1-2EP\cdot EW=1+AP^2+DW^2-(AP+DW)^2$

$=1+PW^2-(1-PW)^2=2PW=\frac{90}{101}$，

∵90 与 101 互质，

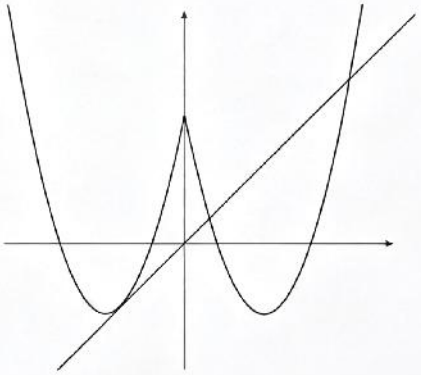
∴m=45，n=101，

∴m+n=191。



9.已知正整数 a,b,c，关于 x 的函数 $f(x)=ax^2-b|x|+c$，若 $f(x)=x$ 有三个解，其中较大两个解的差为 12，则 $\frac{b}{a^2}=$_____.

【解析】如图



$f(x)=ax^2-b|x|+c, f(x)=x$

①$ax^2+bx+c=x$

$\therefore ax^2+(b-1)x+c=0$

$\Delta=(b-1)^2-4ac=0$

②$ax^2-bx+c=x$

$\therefore ax^2-(b+1)x+c=0$

$$\begin{cases} x_1+x_2=\frac{b+1}{a} \\ x_1x_2=\frac{c}{a} \end{cases}$$

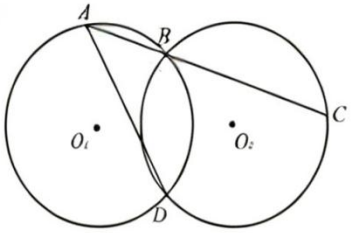
$$\therefore |x_1-x_2|=\frac{\sqrt{(b+1)^2-4ac}}{a}=12$$

$$\therefore \frac{\sqrt{(b+1)^2-(b-1)^2}}{a}=12$$

$$\therefore \frac{\sqrt{4b}}{a}=12$$

$$\therefore \frac{b}{a^2}=\frac{12^2}{4}=36$$

10.两个半径相同的$\odot O_1,\odot O_2$，如图所示交于点A，点D，$AB=36,BC=84,AD=68$，求$\odot O_1$的直径



【解析】

设$\angle 1=\angle 2=\angle 2=\alpha$

过D作$DF\perp AC$

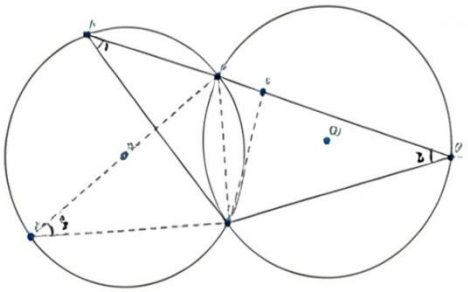
$\because AB=56,BC=84$

$\therefore AP=60$

$\therefore \cos\alpha=\frac{60}{68}=\frac{15}{17},\sin\alpha=\frac{8}{17}$

$\because BD=\sqrt{24^2+32^2}=40$

$\therefore d_{\odot O_1}=\frac{40}{\frac{8}{17}}=85$



11.已知实数a,b，$0\le x\le 5$且$x\neq 2$时，表达式$\frac{x-2}{x^2+ax+b}$的值恒为正数，且是大值和最小值的和为$\frac{1}{6}$，则$a^2+b^2=$_____.

【解析】

$0\le x\le 5$且$x\neq 2$，$\frac{x-2}{x^2+ax+b}$值为整数

$\therefore x^2+ax+b$的一次因式为$x-2$

则$4+2a+b=0$

$\therefore b=-4-2a$

$\therefore \frac{x-2}{x^2+ax-2a-4}=\frac{1}{x+a+2}$

$\therefore \frac{1}{a+2}+\frac{1}{a+7}=\frac{1}{6}$

$\therefore a^2-3a-40=0$

$\therefore (a-8)(a+5)=0$

$\therefore a=8$或-5

$\therefore \begin{cases}a=8\\b=-20\end{cases}$或$\begin{cases}a=-5\\b=6\end{cases}$(舍)

$\therefore a^2+b^2=464$

12.已知正整数 a,b,关于 x 的一元三次方程，$x^3-bx^2+ax-b=0$, 方程的三个根都为整数，则 $ab=$_____.

【解析】

令$x^3-bx^2+ax-b=(x-m)(x-n)(x-t)$

$(x-m)(x-n)(x-t)=x^3-(m+n+t)x^2+(mn+nt+mt)x-mnt$

$\therefore m+n+t=b, mnt=b$

$\therefore m+n+t=mnt$

$\therefore \frac{1}{mn}+\frac{1}{mt}+\frac{1}{nt}=1$

假设$m\le n\le t$

$\therefore \frac{1}{mn}+\frac{1}{mt}+\frac{1}{nt}\le\frac{3}{m^2}$

$\therefore m^2\le 3$

$\therefore m=1$

$\therefore \frac{1}{n}+\frac{1}{t}+\frac{1}{mt}=1$

$\therefore t+n+1=nt$

$\therefore nt+n+1=nt$

$\therefore nt-t-n+1=2$

$\therefore (n-1)(t-1)=2$

$\therefore n-2, t=3$

$\therefore b=6, a=mn+nt+mt=11$

$\therefore ab=66$

13. $\begin{cases}\frac{x}{x+1}+\frac{y}{y+1}+\frac{z}{z+1}=\frac{5}{2}\\ \frac{x^2}{x+1}+\frac{y^2}{y+1}+\frac{z^2}{z+1}=\frac{29}{2}\\ \frac{x^3}{x+1}+\frac{y^3}{y+1}+\frac{z^3}{z+1}=95\end{cases}$，记 $xyz=\frac{m}{n}$,m、n 为互质的整数，则 $m+n=$_____.

【解析】

$\because \frac{1}{x+1}+\frac{1}{y+1}+\frac{1}{z+1}=\frac{1}{2}$

$\therefore x-1+\frac{1}{x+1}+y-1+\frac{1}{y+1}+z-1+\frac{1}{z+1}=\frac{29}{2}$

$\therefore x+y+z+\frac{1}{2}=\frac{29}{2}+3$

$\therefore x+y+z=17$

$\because x^2-x+1+\frac{1}{x+1}+y^2-y+1-\frac{1}{y+1}+z^2-z+1-\frac{1}{z+1}=95$

$\therefore x^2+y^2+z^2-(x+y+z)+3-\frac{1}{2}=95$

$\therefore x^2+y^2+z^2=95+17-\frac{5}{2}=109\frac{1}{2}$

$\because xy+yz+zx=\frac{(x+y+z)^2-(x^2+y^2+z^2)}{2}=\frac{17^2-109\frac{1}{2}}{2}=89\frac{3}{4}$

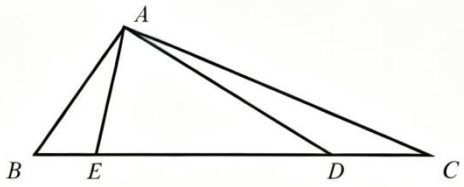
$\therefore \frac{xy+yz+zx+2x+2y+2z+3}{xyz+xy+yz+zx+x+y+z+1}=\frac{89\frac{3}{4}+2\times17+3}{xyz+89\frac{3}{4}+17+1}=\frac{1}{2}$

$\therefore xyz=2\times89\frac{3}{4}+4\times17+6-89\frac{3}{4}-17-1$

$=\frac{583}{4}$

$\therefore m+n=587$

14. B、E、C、D 在同一直线上依次排列，$BE=1, ED=9, DC=6$，动点 A 满足 $\angle BAE=\angle CAD$，则 $S_{\triangle ABC}$ 的最大值为_____.



【解析】

$\because \dfrac{BE}{CE}=\dfrac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle ACE}}=\dfrac{\frac{1}{2}AB\cdot AE\cdot\sin\alpha}{\frac{1}{2}AC\cdot AE\cdot\sin(\alpha+\beta)}=\dfrac{AB\cdot\sin\alpha}{AC\cdot\sin(\alpha+\beta)}$ ①

$\therefore \dfrac{BE}{CD}=\dfrac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle ACD}}=\dfrac{\frac{1}{2}AB\cdot AD\cdot\sin(\alpha+\beta)}{\frac{1}{2}AC\cdot AD\cdot\sin\alpha}=\dfrac{AB\cdot\sin(\alpha+\beta)}{AC\cdot\sin\alpha}$ ②

①×②得：$\dfrac{BE}{CE}\times\dfrac{BD}{CD}=\left(\dfrac{AB}{AC}\right)^2$

即 $\dfrac{AB}{AC}=\sqrt{\dfrac{1}{9}}=\dfrac{1}{3}$

$\therefore$ 都时就选为阿氏同

设圆心 O（在 Π 点左侧）

$\therefore \Delta OAB\sim\Delta OCA$

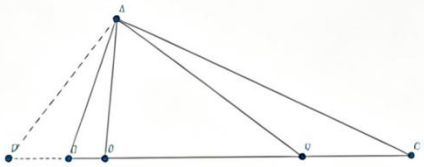
$\therefore \dfrac{OA}{OC}=\dfrac{OB}{OA}=\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{1}{3}$

$\therefore \dfrac{OB}{OC}=\dfrac{1}{9}$

$\therefore OB=2, OA=6$

$\therefore S_{\triangle ABC}$ 最大时，$OA\perp BC$

$\therefore S_{\triangle ABC}$ 最大 $=\dfrac{1}{2}\times 16\times 6=48$



15.已知正整数 a、b、c，在 1,2,3,4……16 中任取一个数 m，满则 a、b、c 都有一个数为 m 的倍数，则 $a+b+c$ 的最小值为_____.

【解析】

只需要满足正整数 a，b，c 在 9~16 中任取一个 m，a,b,c 都有一个数为 m 的倍数，

$9=3^2, 10=2\times5, 12=2^2\times3, 14=2\times7, 15=3\times5, 16=2^4$，

容易看出 $2^2\times3^2\times5=180$ 为 9,10,12,15 的最小公倍数，

剩下 $2^4\times7=112$ 为 14,16 的最小公倍数，

$11\times13=143$ 为 11,13 的公倍数，

此时 $a+b+c=435$. 下面证明此时最小.

1~16 的最小公倍数为 $2^4\times3^2\times5\times7\times11\times13=720720$，令其为 M

$a+b+c=435$ 时 abc 的最大值为 $\left(\dfrac{435}{3}\right)^3=3048625$

令 $abc=2^{4+k_1}3^{2+k_2}5^{1+k_3}7^{1+k_4}11^{1+k_5}13^{1+k_6}$

$\because \dfrac{3048625}{720720}<4.3$

$\therefore abc=M, 2M, 3M, 4M$

$abc=M, 2M, 3M$ 时无法拆出对应满足的 a，b，c.

$abc=4M$ 时 $a=180, b=112, c=143$ 满足.

故答案为 435.